

301. DIVISEURS, MULTIPLES ET NOMBRES PREMIERS

RAPPELS DE COURS

Chapitre 11 et 12 du livre

I. Division euclidienne

Définition :

Effectuer la division euclidienne de a par b , c'est trouver le quotient q et le reste r tel que : $a = b \times q + r$ et $0 \leq r < b$

$$\begin{array}{r|l} \text{dividende } a & b \text{ diviseur} \\ : & \mathbf{q} \text{ quotient} \\ : & \\ : & \mathbf{r} \end{array}$$

Exemple : division euclidienne de 652 par 11.

$$\begin{array}{r} 652 \quad | \quad 11 \\ \underline{-55} \downarrow \quad \mathbf{59} \\ 102 \\ \underline{-99} \\ 3 \end{array} \quad \text{(Écrire la division et expliquer le fonctionnement de la calculatrice)}$$

Définition :

Lorsque le reste de la division euclidienne de a par b est nul (égal à 0)

- a est un **multiple** de b (a est dans la table de b)
- b est un **diviseur** de a
- a est **divisible** par b

Exemple : La division euclidienne de 36 par 9 a pour reste 0

$$\begin{array}{r} 36 \quad | \quad 9 \\ \underline{-36} \\ 0 \end{array} \quad \text{Le reste est 0 donc :}$$

- ▶ 36 est un **multiple** de 9 (il est dans la table)
- ▶ 36 est **divisible** par 9
- ▶ 9 est un **diviseur** de 36

Exemples :

- 652 n'est pas divisible par 11 car le reste de la division euclidienne de 652 par 11 est 3 qui est différent de 0.
- 6 est un diviseur de 18 car $\frac{18}{6} = 3$ et 3 est un nombre entier.
- 6 n'est pas un diviseur de 15 car $\frac{15}{6} = 2,5$ et 2,5 n'est pas un nombre entier.
- Multiples de 12 : 0, 12, 24, 48...etc



I Critères de divisibilité

Critères de divisibilité

- Un nombre est divisible **par 2** si : il se termine par un chiffre pair (0, 2, 4, 6 ou 8).
- Un nombre est divisible **par 3** si : la somme de ses chiffres est divisible par 3.
- Un nombre est divisible **par 4** si : le nombre formé par ces deux derniers chiffres est un multiple de 4
- Un nombre est divisible **par 5** si : il se termine par 0 ou 5.

Un nombre est divisible **par 9** si : la somme de ses chiffres est divisible par 9.

Un nombre est divisible **par 10** si : il se termine par 0.

Exemples :

13 845 est divisible par 2, 3 et 5.


842 080 est divisible par 2, 5 et 10.

II. Nombres premiers





Définition :




Un nombre premier est un nombre qui n'a que deux diviseurs : 1 et lui-même.

Exemples :

- 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 ... etc. sont des nombres premiers.
- 18 n'est pas premier car il est divisible par 2.
-  1 n'est pas un nombre premier (il n'a qu'un seul diviseur... et puis c'est une convention !)

Crible d'Eratosthène : il permet de trouver tous les nombres premiers jusqu'à 100 :

-  multiples de 2
-  multiples de 3
-  multiples de 5
-  multiples de 7

	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48		50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76		78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Donc les nombres premiers jusqu'à 100 sont : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89, 97

Propriété :

Tout nombre entier peut être décomposé en produit de facteurs premiers.

Méthode 1: Décomposer un nombre en produits de facteurs premiers

Décomposer 300 en produits de facteurs premiers.

On trouve un facteur en utilisant sa connaissance des nombres par exemple ici

$$300 = 3 \times 100$$

On continue comme ça jusqu'à couper chaque nombre en nombres premiers

$$300 = 3 \times 100 = 3 \times 10 \times 10$$

$$300 = 3 \times 10 \times 10 = 3 \times 2 \times 5 \times 2 \times 5 \text{ qui sont tous premiers !!! C'est fini}$$

Méthode 2: Décomposer un nombre en produits de facteurs premiers

Décomposer 300 en produits de facteurs premiers.

Pour le faire, il est important de bien connaître le début de la liste des nombres premiers : 2, 3, 5, 7, 11, 13, ...

On commence pas tester si **300** est **divisible par 2** (1^{er} nombre premier). **300** | **2**

La réponse est « oui » car **300** se termine par un chiffre pair. **150** |

Et on a : **300 : 2 = 150**

On recommence, en testant si **150** est **divisible par 2**.

La réponse est « oui » et **150 : 2 = 75**

On recommence, en testant si **75** est divisible par 2.

La réponse est « non » !

On teste alors le nombre premier suivant dans la liste.

Est-ce que **75** est **divisible par 3**.

La réponse est « oui » car $7+5=12$ est divisible par 3.

Et on a : **75 : 3 = 25**

On recommence, en testant si **25** est divisible par 3.

La réponse est « non » !

On teste alors le nombre premier suivant dans la liste.

Est-ce que **25** est **divisible par 5**.

La réponse est « oui » et on a **25 : 5 = 5**.

On recommence, en testant si **5** est **divisible par 5**.

La réponse est « oui » et on a **5 : 5 = 1**.

C'est fini, on trouve **1** !

La décomposition en facteurs premiers

De 300 se lit dans la colonne de droite.

$$300 = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$$

300 | 2
150 | 2
75 |

300 | 2
150 | 2
75 | 3
25 |

300 | 2
150 | 2
75 | 3
25 | 5
5 |

300 | 2
150 | 2
75 | 3
25 | 5
5 | 5
1 | ↑

Casio fx-92 Spéciale-Collège

1 014 **EXE**

1014
1014

SECONDE **Décomp B**

1014
 $2 \times 3 \times 13^2$

TI-Collège Plus Solaire

1 014 **2nde** **décomp** **simp**

1014 **décomp**
 $2 \times 3 \times 13^2$