

Bonjour,

Le travail de cette semaine sera axé sur 2 thèmes

- tout d'abord la résolution de problèmes de type DNB. Ces 3 exercices sont déjà tombés à l'examen.
- ensuite je vous demanderai de travailler sur un point que nous n'avons pas encore abordé en cours qui est la simplification de fractions découlant de la décomposition de nombres en produits de facteurs premiers.

PARTIE 1 : EXERCICES DE TYPE DNB

Méthode de travail :

- AVANT DE LIRE LES ENONCES Revoir le cours et les exercices relatifs au calcul de PGCD que nous avons vu ensemble
- Chercher les exercices en soignant la rédaction. Le temps de recherche est important. Vous devez réussir à traiter les exercices sans vous aider du corrigé. Celui-ci n'intervient que quand vous avez répondu à la question posée.
- Comparer avec le corrigé (se trouvant à la dernière page)
- Repérer les éventuels points non compris et les noter
- Poser des questions à la réouverture du collège ou via Pronote qui possède une messagerie

Exercice 1

Pierre a gagné 84 sucettes et 147 bonbons à un jeu. Etant très généreux, et ayant surtout très peur du dentiste, il décide de les partager avec des amis. Pour ne pas faire de jaloux, chacun doit avoir le même nombre de sucettes et le même nombre de bonbons.

- 1) Combien de personnes au maximum pourront bénéficier de ces friandises (Pierre étant inclus dans ces personnes) ? Expliquer votre raisonnement.
- 2) Combien de sucettes et de bonbons aura alors chaque personne ?

Exercice 2 (exercice partiel)

1°) Calculer le PGCD des nombres 675 et 375.

Exercice 3

1. Calculer le PGCD des nombres 135 et 210 .

2. Dans une salle de bains, on veut recouvrir le mur situé au dessus de la baignoire avec un nombre entier de carreaux de faïence de forme carrée dont le côté est un nombre entier de centimètres le plus grand possible .

a) Déterminer la longueur, en cm, du côté d'un carreau, sachant que le mur mesure 210 cm de hauteur et 135 cm de largeur.

b) Combien faudra-t-il alors de carreaux ?

PARTIE 2 : LA SIMPLIFICATION DE FRACTIONS

Une fraction est dite irréductible quand son numérateur et son dénominateur sont premiers entre eux.

Voici un exemple détaillé de ce que j'attends : énoncé : simplifiez la fraction $\frac{396}{360}$

a- Décomposer chaque nombre en un produit de facteurs premiers

396		2	360		2
198		2	180		2
99		3	90		2
33		3	45		3
11		11	15		3
1			5		5

$$396 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 11 = 2^2 \times 3^3 \times 11$$

$$360 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

$$b- \frac{396}{360} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times 3 \times 3 \times 3 \times 11}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times 2 \times 3 \times 3 \times 5}$$

Le numérateur et le dénominateur ne comportent que des multiplications. On peut donc simplifier lorsqu'on a le même facteur au numérateur et au dénominateur

Par exemple 2 est présent dans les 2 donc on peut simplifier par 2 et barrer ce facteur dans le numérateur et le dénominateur. Attention : ce qui est fait dans l'un doit toujours être fait dans l'autre

On poursuit :

$$\frac{396}{360} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times 3 \times 11}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times 2 \times \cancel{3} \times \cancel{3} \times 5} = \frac{11}{2 \times 5} = \frac{11}{10}$$

EXERCICES

39 En décomposant

a. Écris 168 et 132 sous forme d'un produit de facteurs entiers positifs les plus petits possibles.

b. Rends la fraction $\frac{168}{132}$ irréductible en utilisant ces décompositions.

43 Rends les fractions suivantes irréductibles.

a. $\frac{18}{24}$ c. $\frac{120}{150}$ e. $\frac{45}{63}$ g. $\frac{357}{561}$
 b. $\frac{540}{288}$ d. $\frac{630}{924}$ f. $\frac{1\,540}{693}$ h. $\frac{1\,080}{1\,260}$

SOLUTIONS

Exercice 1

1) Combien de personnes au maximum pourront bénéficier de ces friandises (Pierre étant inclus dans ces personnes) ?

Le nombre de personnes doit être un diviseur du nombre de sucettes (84) et du nombre de bonbons (147) à partager. Pour avoir un nombre maximum de personnes, il faut prendre le PGCD de 84 et 147.

Pour le calculer, utilisons la technique des soustractions successives en remplaçant, à chaque fois, la plus grande valeur par la différence des deux.

nombre 1	nombre 2	différence
84	147	147 - 84 = 63
84	63	84 - 63 = 21
21	63	63 - 21 = 42
21	42	42 - 21 = 21
21	21	

PGCD(84,147) = 21, le nombre maximal de personnes est de 21.

2) Combien de sucettes et de bonbons aura alors chaque personne ?

84 = 21 x 4, 147 = 21 x 7, chaque personne aura 4 sucettes et 7 bonbons.

Exercice 2

1°) Calculer le PGCD des nombres 675 et 375.

Utilisons la technique des soustractions successives en remplaçant, à chaque fois, la plus grande valeur par la différence des deux.

nombre 1	nombre 2	différence
675	375	$675 - 375 = 300$
300	375	$375 - 300 = 75$
300	75	$300 - 75 = 225$
225	75	$225 - 75 = 150$
150	75	$150 - 75 = 75$
75	75	

Le PGCD de 135 et 210 est 75.

Exercice 3

1. Calculer le PGCD des nombres 135 et 210 .

Utilisons la technique des soustractions successives en remplaçant, à chaque fois, la plus grande valeur par la différence des deux.

nombre 1	nombre 2	différence
135	210	$210 - 135 = 75$
135	75	$135 - 75 = 60$
60	75	$75 - 60 = 15$
60	15	$60 - 15 = 45$
45	15	$45 - 15 = 30$
30	15	$30 - 15 = 15$
15	15	

Le PGCD de 135 et 210 est 15.

2. a) Déterminer la longueur, en cm, du côté d'un carreau, sachant que le mur mesure 210 cm de hauteur et 135 cm de largeur.

La longueur du côté d'un carreau doit être un diviseur commun à 210 et 135. Comme nous voulons la plus grande valeur possible, nous devons prendre le PGCD, 15 cm.

b) Combien faudra-t-il alors de carreaux ?

Nous aurons $210 : 15 = 14$ carreaux sur la longueur, et $135 : 15 = 9$ carreaux sur la largeur.

Au total il nous faudra $14 * 9 = 126$ carreaux.

PARTIE 2

Exercice 39 : réponse $\frac{14}{11}$

Exercice 43 réponses

- | | | |
|--------------------|-------------------|-------------------|
| a. $\frac{3}{4}$ | b. $\frac{15}{8}$ | c. $\frac{4}{5}$ |
| d. $\frac{15}{22}$ | e. $\frac{5}{7}$ | f. $\frac{20}{9}$ |
| g. $\frac{7}{11}$ | h. $\frac{6}{7}$ | |